

Σειρά Προβλημάτων 4

Ημερομηνία Παράδοσης: 30/03/18

Άσκηση 1 [24 μονάδες]

(α) Να διατυπώσετε την τυπική περιγραφή μιας μηχανής Turing (αυθεντικός ορισμός) η οποία να διαγιγνώσκει τη γλώσσα $\{1010^210^3 \dots 10^{n-1}10^n \mid n \geq 1\}$.

(β) Να διατυπώσετε την τυπική περιγραφή μιας μηχανής Turing (αυθεντικός ορισμός) η οποία με δεδομένο εισόδου στην ταινία της μια λέξη της μορφής 1^n να μετασχηματίζει κατάλληλα το περιεχόμενο της ταινίας έτσι ώστε κατά τον τερματισμό της μηχανής να βρίσκεται στην ταινία η λέξη $1^{n/2}$ αν το n είναι άρτιο και η λέξη 1^{2n} αν το n είναι περιττό.

Και στις δύο πιο πάνω περιπτώσεις να παρουσιάσετε το αλφάβητο εισόδου και το αλφάβητο ταινίας της μηχανής σας καθώς και το σύστημα μεταβάσεων της, γραφικά, και να εξηγήσετε σύντομα τη λειτουργία της.

Άσκηση 2 [20 μονάδες]

Να παρουσιάσετε λεπτομερείς περιγραφές (i) μιας απλής μηχανής Turing και (ii) μιας πολυταινιακής μηχανής Turing οι οποίες να διαγιγνώσκουν τη γλώσσα

$$\{ u v x^{rev} \mid u, v, x \in \{0,1,2\}^+ \text{ και } |u| = |v| \}$$

Να συγκρίνετε τις δύο μηχανές ως προς τη χρονική τους πολυπλοκότητα.

Άσκηση 3 [24 μονάδες]

Δώστε αφ' υψηλού περιγραφές μηχανών Turing που να διαγιγνώσκουν τις ακόλουθες γλώσσες. Σε περίπτωση που θα χρησιμοποιήσετε μηχανές από τις διαλέξεις να τις περιγράψετε.

(α) $\{ \langle D, G \rangle \mid \text{το } D \text{ είναι ένα DFA και το } G \text{ μια ασυμφραστική γραμματική τέτοια ώστε } L(G) \subseteq L(D) \}$

(β) $\{ \langle R_1, R_2, R_3 \rangle \mid R_1, R_2, R_3 \text{ κανονικές εκφράσεις τέτοιες ώστε υπάρχει τουλάχιστον μια λέξη που είναι αποδεκτή από τουλάχιστον δύο από τις κανονικές εκφράσεις} \}$

(γ) $\{ \langle G \rangle \mid \text{το } G \text{ είναι ένα PDA που παράγει μόνο λέξεις με μήκος } 2 \}$

Άσκηση 4 [16 μονάδες]

Έστω C^1 η κλάση όλων των μηχανών Turing με αλφάβητο εισόδου το σύνολο $\{a, \sqcup\}$ και C^4 η κλάση όλων των μηχανών Turing με αλφάβητο εισόδου το σύνολο $\{a, b, c, d, \sqcup\}$. Να δείξετε ότι οι δύο κλάσεις είναι ισοδύναμες, δηλαδή, να δείξετε ότι κάθε μηχανή Turing $M \in C^1$ μπορεί να προσομοιωθεί από μια μηχανή Turing $M' \in C^4$ και αντίστροφα.

Άσκηση 5 [16 μονάδες]

Έστω δύο λέξεις w_1 και w_2 . Η λέξη w_1 ονομάζεται *τραύλισμα* της λέξης w_2 αν η w_1 επαναλαμβάνει κάθε σύμβολο της w_2 μηδέν ή περισσότερες φορές. Για παράδειγμα, οι

λέξεις 110, 11000 και 1000 αποτελούν τραυλίσματα της λέξης 10. Με βάση αυτή τη σχέση, δοθείσας μιας γλώσσας L ορίζουμε

$$\text{Τραύλισμα}(L) = \{ w \mid \text{η λέξη } w \text{ αποτελεί τραύλισμα μιας λέξης } u \in L \}$$

Με λόγια, η γλώσσα $\text{Τραύλισμα}(L)$ περιέχει όλες τις λέξεις που αποτελούν τραυλίσματα λέξεων από τη γλώσσα L .

(α) Να αποδείξετε ότι η κλάση των διαγνώσιμων γλωσσών είναι κλειστή ως προς την πράξη Τραύλισμα .

(β) Ισχύει το ίδιο για την κλάση των αναγνωρίσιμων γλωσσών; Αιτιολογήστε την απάντησή σας.